EXERCICE N°4 : 20' 4 points

On considère l'équation différentielle $(E_1) : y' - 2y = e^{2x}$

1) Démontrer que la fonction $(x) = xe^{2x}$ est solution de (E_1)

2) Résoudre l'équation différentielle $(E_2) : y' - 2y = 0$

3) Montrer qu'une fonction f est solution de (E_1) si et seulement si $f - g$ est solution de (E_2)

4) En déduire toutes les solutions de (E_1)

5) Déterminer la fonction solution de (E_1) qui prend la valeur 1 en 0.

EXERCICE N°5 : 40' 6 points

On considère l'équation différentielle **(E)** : $y - y' = \frac{e^x}{x^2}$ pour tout $x \in]0,+\infty[$

1) a) Démontrer que la fonction $(x) = \frac{e^x}{x}$ est solution de (E)

b) Résoudre l'équation différentielle (E') : $y - y' = 0$

c) Montrer qu'une fonction f est solution de (E) si et seulement si $f - g$ est solution de (E')

d) En déduire les solutions de (E)

2) a) Vérifier que la solution h de E tel que $h(1) = 0$ est définie sur $]0,+\infty[$ par : $h(x) = \frac{(1-x)e^x}{x}$.

b) Dresser le tableau de variation de h.

c) Montrer que le point A(1,0) est un point d'inflexion de la courbe représentative de h.

d) Etudier les branches infinies de h puis tracer sa courbe représentative.

3) On considère H la fonction définie sur $]1, +\infty[$ par : $H(x) = \int_1^{\ln x} h(x)\,dx$.

Montrer que H est dérivable sur $]1, +\infty[$ et que $H'(x) = \frac{1 - \ln x}{\ln x}$ pour tout $x \in]1, +\infty[$.

Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn
Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn